Pavel Obdržálek, OM

2) *Zadání:* V Kocourkově je n pekáren a m obchodů. Každý den i-tá pekárna upeče p_i rohlíků a j-tý obchod prodá o_j rohlíků. Převoz jednoho rohlíku z i-té pekárny do j-tého obchodu stojí c_{ij} korun.

Jenže! Praxe v Kocourkově ukázala, že když i-tá pekárna zásobuje j-tý obchod, tak musí pro tuto trasu zajistit logistiku, která je stojí l_{ij}. Logistiku l_{ij} je nutné platit pouze tehdy, když i-tá pekárna zásobuje j-tý obchod nenulovým počtem rohlíků, a její cena nezávisí na počtu převážených rohlíků. I nadále je nutné platit přepravné c_{ij}.

Nalezněte takovou distribuci rohlíků, aby se každá pekárna zbavila všech rohlíků, každý obchod získal(právě) potřebný počet rohlíků a celkové náklady na převoz byly minimální.

2) *Vypracování:* Zaveďme si ještě proměnnou x_{ij}, která představuje počet rohlíků, kterými i-tá pekárna zásobuje j-tý obchod. Potom můžeme zavést ještě binární proměnnou z_{ij}, která nabývá hodnoty 0, pokud $x_{ij} = 0$, a 1 jindy, tj. binárně vyjadřuje, zda se vůbec něco mezi pekárnou a obchodem převezlo.

Protože víme, že každá pekárna se zbaví takového množství rohlíků, které vyrobila, pak víme, že

$$\forall i \in \{1, \dots, n\} : \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = p_i$$

a obdobně, každý obchod prodá vše, co mu bylo dovezeno, tedy

$$\forall j \in \{1, \dots, m\} : \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = o_j$$

Pak už jen hledáme takové minimum, které splňuje

$$\min \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \cdot c_{ij} + z_{ij} \cdot l_{ij} \right)$$

3) *Zadání:* Určitě vás napadlo, že sudoku lze řešit triviálním programem, který prostě projde všechny možnosti (tedy backtrackingem, DFS,...). Dokázali byste popsat luštění sudoku jako úlohu celočíselného programování?

3) *Vypracování:* Použijeme tento model: proměnná $x_{i,j,l}$ je binární, nabývá hodnoty 1 pokud na pozici i, j je číslice l, v opačných případech se rovná nule.

Vezmeme číslice ze zadání Z a vyplníme na příslušná místa:

$$x_{i,j,l} = 1 \forall i, j, l : z_{i,j} \in Z \land z_{i,j} = l$$

Víme, že na každou pozici hracího pole bude přiřazena právě jedna číslice:

$$\sum_{l=1}^{9} x_{i,j,l} = 1 \forall i,j \in \{1,2,\ldots,9\}$$

Zároveň také v každém sloupci bude každá číslice právě jednou:

$$\sum_{i=1}^{9} x_{i,j,l} = 1 \forall j,l \in \{1,2,\ldots,9\}$$

Obdobně také v každém řádku bude každá číslice právě jednou:

$$\sum_{j=1}^{9} x_{i,j,l} = 1 \forall i,l \in \{1,2,\ldots,9\}$$

Víme, že v každém podčtverci se žádná číslice nesmí vyskytovat více jak jednou:

$$\sum_{y=1}^{3}\sum_{z=1}^{3} x_{3i+y,3j+z,l} = 1 \forall i,j \in \{0,1,2\}, l \in \{1,2,\ldots 9\}$$

Proměnné jsou binární:

$$x_{i,j,l} \in \{0,1\} \forall i,j,l \in \{1,2,\ldots 9\}$$

A snažíme se minimalizovat:

$$\min\left(\sum_{i=1}^{9}\sum_{j=1}^{9}\sum_{l=1}^{9} x_{i,j,l}\right)$$